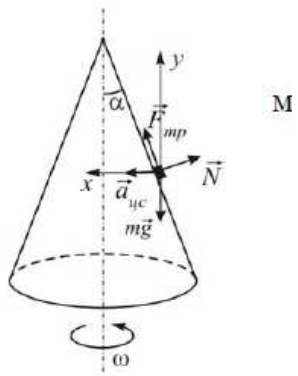


#### Задание 4

**В задании 4 следует обратить внимание на изменение обобщенной схемы оценивания в связи с дополнительным требованием рисунка с указанием сил, действующих на тело.**

Полый конус с углом при вершине  $2\alpha$  вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, совпадающей с его осью симметрии. Вершина конуса обращена вверх. На внешней поверхности конуса находится небольшая шайба, коэффициент трения которой о поверхность конуса равен  $\mu$ . При каком максимальном расстоянии  $L$  от вершины шайба будет неподвижна относительно конуса? Сделайте схематический рисунок с указанием сил, действующих на шайбу.

| Возможное решение                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Уравнение движения шайбы в векторном виде:</p> $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}_y$ <p>Проекции уравнения на оси <math>OX</math> и <math>OY</math> в инерциальной системе отсчёта, связанной с Землёй:</p> $\begin{cases} F_{\text{тр}} \sin \alpha - N \cos \alpha = ma_{\text{цс}}, \\ F_{\text{тр}} \cos \alpha + N \sin \alpha - mg = 0. \end{cases}$ <p>Поскольку <math>F_{\text{тр}} = F_{\text{тр.покоя}}</math>; <math>F_{\text{тр.макс}} = \mu N</math>, система уравнений принимает вид</p> $\begin{cases} N(\mu \sin \alpha - \cos \alpha) = ma_{\text{цс}}, \\ N(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) - mg = 0, \end{cases} \quad \text{откуда}$ $a_{\text{цс}} = \frac{g(\mu \sin \alpha - \cos \alpha)}{\mu \cos \alpha + \sin \alpha}. \quad \text{Но } a_{\text{цс}} = \omega^2 r = \omega^2 L \sin \alpha.$ <p>Следовательно, <math>L = \frac{a_{\text{цс}}}{\omega^2 \sin \alpha} = \frac{g(\mu \sin \alpha - \cos \alpha)}{\omega^2 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) \sin \alpha} = \frac{g(\mu - \operatorname{ctg} \alpha)}{\omega^2 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}.</math></p> |  |
| Критерии оценивания выполнения задания                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Баллы                                                                                |
| <p>Приведено полное решение, включающее следующие элементы:</p> <p>I) записаны положения теории и физические законы, закономерности, <u>применение которых необходимо</u> для решения задачи выбранным способом (в данном случае: <u>второй закон Ньютона, формулы для силы трения и центростремительного ускорения</u>);</p> <p>II) описаны все вновь вводимые в решении буквенные обозначения физических величин (за исключением обозначений констант, указанных в варианте КИМ, обозначений величин, используемых в условии задачи, и стандартных обозначений величин, используемых при написании физических законов);</p> <p>III) <b>приведён правильный рисунок с указанием сил, действующих на тело.</b></p> <p>IV) проведены необходимые математические преобразования и расчёты, приводящие к правильному ответу (допускается решение «по частям» с промежуточными вычислениями);</p> <p>V) <b>представлен правильный ответ</b></p>                                                                                                                                                                           | 3                                                                                    |
| <p>Правильно записаны все необходимые положения теории, физические законы, закономерности, и проведены необходимые преобразования. Но имеются один или несколько из следующих недостатков.</p> <p>Записи, соответствующие <b>пунктам II или III</b>, представлены не в полном объёме или отсутствуют.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 2                                                                                    |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <p>В решении имеются лишние записи, не входящие в решение (возможно, неверные), которые не отделены от решения (не зачёркнуты, не заключены в скобки, рамку и т.п.).</p> <p>И (ИЛИ)</p> <p>В необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.</p> <p>И (ИЛИ)</p> <p>Отсутствует <b>пункт V</b>, или в нём допущена</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |   |
| <p>Представлены записи, соответствующие <u>одному</u> из следующих случаев.</p> <p>Представлены только положения и формулы, выражающие физические законы, применение которых необходимо и достаточно для решения задачи, без каких-либо преобразований с их использованием, направленных на решение задачи.</p> <p>ИЛИ</p> <p>В решении отсутствует ОДНА из исходных формул, необходимая для решения задачи (или утверждение, лежащее в основе решения), но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p> <p>ИЛИ</p> <p>В ОДНОЙ из исходных формул, необходимых для решения задачи (или в утверждении, лежащем в основе решения), допущена ошибка, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи</p> | 1 |
| <p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0 |

### Работа 1 – 3 балла

**Е2** Дано:

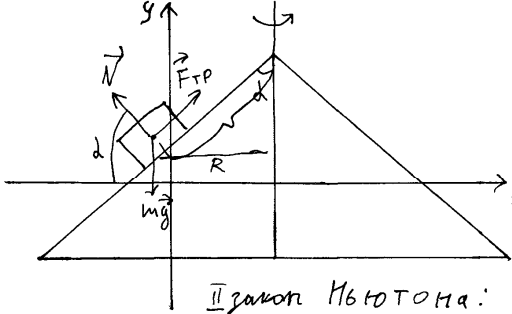
$2\lambda$

$\omega$

$\mu$

---

$L - ?$



II закон Ньютона:

$$\vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{цс}}$$

$$y: F_{\text{тр}} \cdot \cos \alpha + N \cdot \sin \alpha - m g = 0.$$

$$x: F_{\text{тр}} \cdot \sin \alpha - N \cdot \cos \alpha = m a_{\text{ц}}.$$

$$\begin{cases} \mu \cdot N \cdot \cos \alpha + N \cdot \sin \alpha = m g \\ \mu \cdot N \cdot \sin \alpha - N \cdot \cos \alpha = m a_{\text{ц}} \end{cases} \quad \div$$

$$\frac{g}{a_{\text{ц}}} = \frac{\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}{\mu \cdot \sin \alpha - \cos \alpha}$$

$$a_{\text{ц}} = \omega^2 R = \omega^2 \cdot (L \cdot \sin \alpha)$$

$$L = \frac{g \cdot (\mu \cdot \sin \alpha - \cos \alpha)}{(\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \cdot \omega^2 \cdot \sin \alpha}$$

Приведено полное правильное решение.

## Работа 2 – 2балла

L-2



Запишем II закон Ньютона

$$\vec{m}\vec{a} = \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{m}\vec{g}$$

Делаем проекции на оси X и Y

$$x: N - m g \cdot \sin \alpha = -m a \cdot \cos \alpha$$

$$y: F_{\text{тр}} - m g \cos \alpha = -m a \cdot \sin \alpha \quad F_{\text{тр}} = \mu N$$

$$N = m g \cdot \sin \alpha + m a \cdot \cos \alpha$$

$$a_1 = \omega^2 R$$

$$N = m g \cdot \sin \alpha + m \omega^2 R \cdot \cos \alpha$$

$$N = m g \cdot \sin \alpha + m \omega^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad R = L \sin \alpha$$

из (2) уравнения имеем

$$m (m g \sin \alpha + m \omega^2 L \cos \alpha \sin \alpha) \cdot m g \cdot \cos \alpha = -m \omega^2 \cdot L \sin^2 \alpha$$

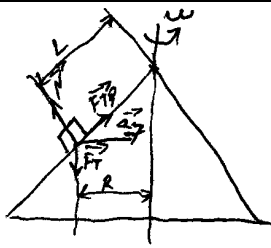
$$L = \frac{m (g \cdot \cos \alpha - m \cdot g \sin \alpha)}{m (m \omega^2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha + \omega^2 \sin^2 \alpha)}$$

$$L = \frac{g (\cos \alpha - m \cdot \sin \alpha)}{\omega^2 (m \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + \sin^2 \alpha)}$$


На рисунке не указана сила тяжести, допущена ошибка в математических преобразованиях. Недостатки решения, каждый из которых приводит к снижению оценки на один балл, не суммируются.

### Работа 3 - 2 балла

C2



$\vec{m}\vec{a}_y = \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}_T$   
 $Ox: m\vec{a}_y = F_{тр} \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) - F_T \cos \alpha;$   
 $Oy: 0 = mg - N \sin \alpha$   
 $N \sin \alpha = mg \quad (1)$   
 $F_{тр} = \mu N$

$m a_y = \mu N \sin \alpha - N \cos \alpha$   
 $m a_y = N (\mu \sin \alpha - \cos \alpha)$   
 $a_y (1) \Rightarrow N = \frac{mg}{\sin \alpha}$

$a_y = \frac{g}{\sin \alpha} (\mu \sin \alpha - \cos \alpha)$   
 $a_y = \frac{u^2}{2R}$   
 $\frac{u^2}{2R} = \frac{g}{\sin \alpha} (\mu \sin \alpha - \cos \alpha)$

$R = \frac{g}{\sin \alpha} \frac{u^2}{2} (\mu \sin \alpha - \cos \alpha)$

$\sin \alpha = \frac{R}{L}$

$L = \frac{R}{\sin \alpha}; \quad L = \frac{g (\mu \sin \alpha - \cos \alpha)}{u^2 \sin \alpha}$

$O_{max} m: L = \frac{g (\mu \sin \alpha - \cos \alpha)}{(u \sin \alpha)^2}$

Есть правильная запись второго закона Ньютона, формулы для центростремительного ускорения и силы трения. Представлен правильный рисунок. Допущены физические ошибки при проецировании сил на координатные оси, что в данном случае относится к ошибкам в преобразованиях.

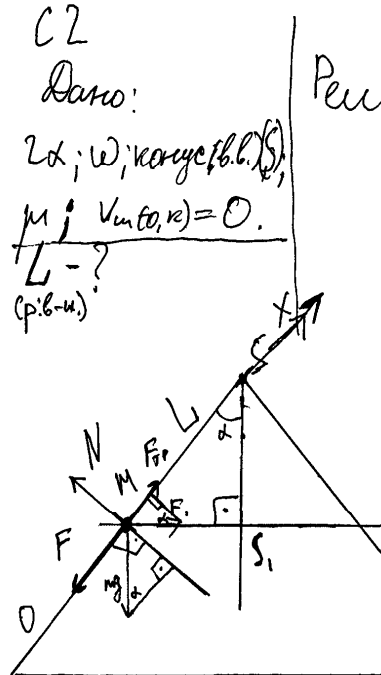
### Работа 4 - 1 балл

C2

Дано:

$2\alpha; \omega; \text{конус } (b, l, S);$   
 $\mu; V_{in(t, r)} = 0.$   
 $L - ?$   
 $(p, b - u)$

Решение:



Изобразим сечение конуса плоскостью, содержащей ось симметрии конуса и шайбу.

2) обозначим вершину конуса S, шайбу - M, точку пересечения плоскости проекции конуса и пр. через M и ось симм. конуса - S<sub>1</sub>; MS = L (по условию); MSS<sub>1</sub> -

половинки данного угла, значит  $\angle MSS_1 = \alpha$ .

3) разложим силу тяжести  $mg$  на составляющие  $N$  (сила реак. опоры) и  $F$

4) получаем  $N = mg \sin \alpha$ ;  $F = mg \cos \alpha$

5)  $F_{\text{тр}} = \mu N$  (опр. снизу тр.);  $F_{\text{тр}} = \mu mg \sin \alpha$

6)  $F_1 = ma$  (где  $a$  - центростремительное ускор.) /  $\sqrt{2}$  (Котерва)

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (R - \text{радиус; из опр. центр. ускор.}) \quad a = \frac{\sqrt{2}}{\mu S_1}; \quad a = \omega^2 R S_1;$$

$$a = \omega^2 L \sin \alpha; \quad F_1 = m \omega^2 L \sin \alpha$$

7) рассмотрим действие сил на шайбу вращающуюся на ось  $Ox$  ( $M, S, O, O_x$ ) (Т.к. по условию тело неподвижно относительно осей, сумма сил равна 0)

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_1 = 0$$

$$Ox: -F + F_{\text{тр}} + F_1 \sin \alpha = 0$$

$$-mg \cos \alpha + \mu mg \sin \alpha + m \omega^2 L \sin \alpha = 0$$

$$\omega^2 L \sin \alpha = mg \cos \alpha - \mu mg \sin \alpha$$

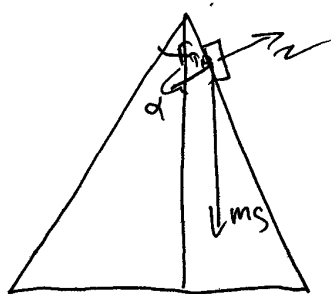
$$L = \frac{mg \cos \alpha - \mu mg \sin \alpha}{m \omega^2 \sin \alpha}$$

$$L = \frac{g (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{\omega^2} \quad \text{м, если } g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \text{ то } L = \frac{10 (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{\omega^2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{10 (\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}{\omega^2} \quad \text{м}$$

Допущена ошибка в одной из исходных формул, необходимых для решения задачи (неверно записан второй закон Ньютона), и допущена математическая ошибка при определении угла.

C2



$$a = \frac{F}{m} \quad a = \omega^2 R$$

$$F_{\text{тр}} = mg \cdot \cos(90^\circ - \alpha) \cdot \mu$$

$$\frac{mg \cdot \cos(90^\circ - \alpha) \cdot \mu}{\omega^2} = \omega^2 R$$

$$g \cdot \cos(90^\circ - \alpha) \cdot \mu = \omega^2 R$$

$$\frac{g \cdot \cos(90^\circ - \alpha) \cdot \mu}{\omega^2} = R$$



$$h = L \cdot \cos \alpha$$

$$R^2 + (L \cdot \cos \alpha)^2 = L^2$$

$$L^2 - L^2 \cos^2 \alpha = R^2$$

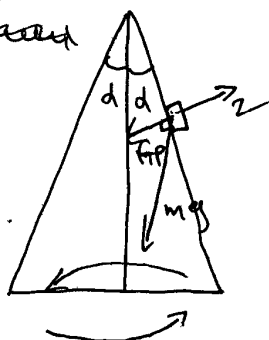
$$L^2 (1 - \cos^2 \alpha) = R^2$$

$$L = \sqrt{\frac{R^2}{(1 - \cos^2 \alpha)}}$$

$$L = \sqrt{\frac{R^2}{(1 - \cos^2 \alpha)}}$$

$$L = \sqrt{\frac{g^2 \cdot \cos^2(90^\circ - \alpha) \cdot \mu^2}{\omega^4 (1 - \cos^2 \alpha)}}$$

Ответ



Ответ

Ошибочно записаны второй закон Ньютона и формула для силы трения применительно к данной задаче. Отсутствуют исходные уравнения.