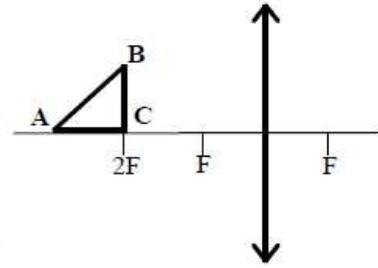


Задание 5

В задании 5 следует обратить внимание на изменение системы оценивания в связи с обязательностью представления рисунка.

Равнобедренный прямоугольный треугольник ABC площадью 50 см^2 расположен перед тонкой собирающей линзой так, что его катет AC лежит на главной оптической оси линзы. Фокусное расстояние линзы 50 см . Вершина прямого угла C лежит ближе к центру линзы, чем вершина острого угла A. Расстояние от центра линзы до точки C равно удвоенному фокусному расстоянию (см. рисунок). Постройте изображение треугольника и найдите площадь получившейся фигуры.



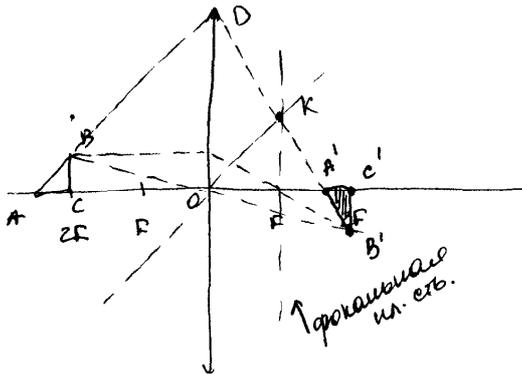
Возможное решение	
<p>Длина катетов $AC = BC = a = \sqrt{2S} = 10 \text{ см}$. Длину x горизонтального катета $A'C'$ изображения находим по формуле линзы: $\frac{1}{2F+a} + \frac{1}{2F-x} = \frac{1}{F}$, откуда</p> $x = \frac{aF}{F+a}$ <p>Длина вертикального катета $B'C'$ изображения равна a, так как для него $d = f = 2F$. Найдем площадь изображения:</p> $S_1 = \frac{1}{2} A'C' \cdot B'C' = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{F}{F+a} = S \cdot \frac{F}{F+\sqrt{2S}} = \frac{5}{6} S \approx 41,7 \text{ см}^2.$ <p>Ответ: $S_1 \approx 41,7 \text{ см}^2$</p>	
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
<p>Приведено полное решение, включающее следующие элементы: I) записаны положения теории и физические законы, закономерности, <u>применение которых необходимо</u> для решения задачи выбранным способом (в данном случае: <i>формула линзы, формула для площади изображения</i>); II) описаны все вновь вводимые в решении буквенные обозначения физических величин (за исключением обозначений констант, указанных в варианте КИМ, обозначений величин, используемых в условии задачи, и стандартных обозначений величин, используемых при написании физических законов); III) представлен правильный рисунок, поясняющий решение. IV) проведены необходимые математические преобразования и расчёты, приводящие к правильному числовому ответу (допускается решение «по частям» с промежуточными вычислениями); V) представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины</p>	3
<p>Правильно записаны все необходимые положения теории, физические законы, закономерности, и проведены необходимые преобразования. Но имеются один или несколько из следующих недостатков.</p> <p>Записи, соответствующие пунктам II или III, представлены не в полном объёме или отсутствуют.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p>	2

<p>В решении имеются лишние записи, не входящие в решение (возможно, неверные), которые не отделены от решения (не зачёркнуты, не заключены в скобки, рамку и т.п.).</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>В необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.</p> <p style="text-align: center;">И (ИЛИ)</p> <p>Отсутствует пункт V, или в нём допущена ошибка (в том числе в записи единиц измерения величины)</p>	
<p>Представлены записи, соответствующие одному из следующих случаев.</p> <p>Представлены только положения и формулы, выражающие физические законы, применение которых необходимо и достаточно для решения задачи, без каких-либо преобразований с их использованием, направленных на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В решении отсутствует ОДНА из исходных формул, необходимая для решения задачи (или утверждение, лежащее в основе решения), но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>В ОДНОЙ из исходных формул, необходимых для решения задачи (или в утверждении, лежащем в основе решения), допущена ошибка, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.</p> <p style="text-align: center;">ИЛИ</p> <p>Представлен только правильный рисунок</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла</p>	0

Работа 1 - 3 балла

С4. Дано:
 $AC = BC$
 $S_{ABC} = 50 \text{ см}^2$
 $f = 50 \text{ см}$
 $S' = ?$

Построим изображение τB . (Для этого проведем 2 луча:
 1 - параллельно оп. оси. (он преломится и пройдет $\frac{1}{2}$ фокуса); 2 - $\frac{1}{2}$ опти. центр линзы (он не будет преломляться). Изображение точки C найдем по формуле в двойном фокусе. Изображение $B'C'$ предмета BC найдем в двойном фокусе, оно будет и перевернутое.



Формируем AB по пересечению с линзой. Параллельный этому луч пройдет $\frac{1}{2}$ опти. центр линзы. Найдем его пересечение с фокальной плоскостью (LF). Прямой линией луч AB пройдет $\frac{1}{2}$ точку пересечения параллельного луча и фокальной плоскости. Тогда найдем $\tau A'$ - изображение точки A .

\Rightarrow Изобразим $\Delta A'B'C'$!

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC = \frac{1}{2} BC^2 = 50 \text{ см}^2 \Rightarrow |BC = 10 \text{ см}|$$

$$\angle BAC = 45^\circ \Rightarrow \angle KOF = 45^\circ \Rightarrow KF = OF = f. \quad \Delta A'DO \sim \Delta A'KF$$

$$\Rightarrow \frac{A'F}{KF} = \frac{A'O}{OD} \quad \text{Пусть } A'F = L \text{ тогда}$$

$$\frac{L}{f} = \frac{f+L}{OD}$$

Поскольку $\angle BAC = 90^\circ \Rightarrow DO = AO = 2f + BC \Rightarrow$

$$\frac{L}{50 \text{ см}} = \frac{50 \text{ см} + L}{100 \text{ см} + 10 \text{ см}}$$

$$11L = 250 \text{ см} + 5L$$

$$6L = 250 \text{ см} \Rightarrow L = \frac{250}{6} \text{ см.} = \frac{50}{6} \text{ см.}$$

$$\Rightarrow A'C' = f - L = 50 \text{ см} - \frac{250}{6} \text{ см}$$

$$S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{2} B'C' \cdot A'C' = \frac{1}{2} BC \cdot A'C' = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ см} \cdot \frac{50}{6} \text{ см} = \frac{250}{6} \text{ см}^2$$

Ответ: $S' = \frac{250}{6} \text{ см}^2 \approx 41,67 \text{ см}^2$

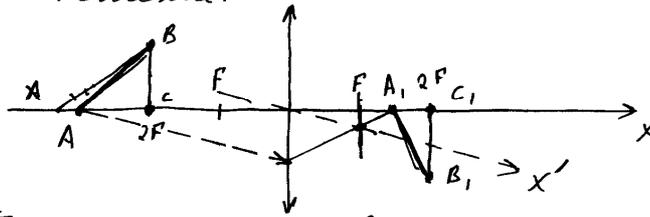
Представлен не содержащий ошибок рисунок. Выбран способ решения исходя из подобия треугольников без непосредственного использования формулы линзы, получен верный ответ. Описаны все вновь вводимые в решении буквенные обозначения физических величин.

Работа 2 - 2 балла

С 4.

Дано $\left\{ \begin{array}{l} S \\ S = 50 \text{ см}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \\ F = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м} \\ S' = ? \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} C \\ C_1 \end{array} \right.$

Решение:



(Т.к. ВС находится в двойном фокусе, то изображение $B, C_1 = BC$ и будет перевернутым.)

Т.к. $\triangle ABC$ - равнобедренный и прямоугольный, то его площадь равна: $S = \frac{1}{2} BC^2$ ($BC = AC$)
 $\Rightarrow BC = \sqrt{2S}$ или $AC = \sqrt{2S}$

Расстояние от центра линзы до точки А равно: $d = 2F + AC = 2F + \sqrt{2S}$

Напишем уравнение тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$; $\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{2F + \sqrt{2S}}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{2F + \sqrt{2S}} = \frac{2F + \sqrt{2S} - F}{F(2F + \sqrt{2S})} = \frac{F + \sqrt{2S}}{F(2F + \sqrt{2S})} \Leftrightarrow f = \frac{(2F + \sqrt{2S}) F}{F + \sqrt{2S}}$$

$\Rightarrow A, C_1 = \left| 2F - \frac{(2F + \sqrt{2S}) F}{F + \sqrt{2S}} \right|$, площадь нового треугольника равна.

$$S' = \frac{1}{2} A, C_1 \cdot B, C_1$$

Т.к. ВС находится в двойном фокусе, то изображение $B, C_1 = BC$ и будет перевернутым.

$$S' = \frac{1}{2} \left| 2F - \frac{2F + \sqrt{2S}}{F + \sqrt{2S}} \right| \cdot \sqrt{2S}$$

$$S' = \frac{1}{2} \cdot \left| 20,5 \cdot 10^{-3} - \frac{20,5 \cdot 10^{-3} + \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}}{0,5 + \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}} \right| \cdot \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 0,5 \cdot \left| 1 - \frac{1 + \sqrt{10^{-2}}}{0,5 + \sqrt{10^{-2}}} \right| \cdot \sqrt{10^{-2}} = 0,5 \cdot \left| 1 - \frac{1 + 0,1}{0,5 + 0,1} \right| \cdot 0,1 =$$

$$= 0,05 \cdot \left| \frac{0,6 - 1,1}{0,6} \right| = 0,05 \cdot \frac{0,5}{0,6} = \frac{5}{6} \cdot 0,05 \approx 0,042 \text{ м}^2 = 42 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Несмотря на иррациональность математических преобразований, учащимся получен правильный ответ в общем виде, но при вычислениях допущена ошибка. Работа оценивается в 2 балла.

Работа 3 - 2 балла

С4.

1) $S_{ABE} = 50 \text{ см}^2$
 $AC \cdot BC \cdot f = 50$
 $AC = BC = 10 \text{ см.}$

2) Т.А и С накладываются на ш. оси, значит их изображения будут тоже на ш. оси

3) А: $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ $\frac{1}{f} = \frac{d-F}{F \cdot d}$, $f = \frac{F \cdot d}{d-F} = \frac{50 \cdot 100}{100-50} = 100$

4) В: Прямую луч из В через центр линзы, луч идет без преломления. Прямую луч перпендикулярно ш. оптической оси, после линзы этот луч пойдет через фокус F. Пересечение двух лучей дает наш искомый образ точки В В'. Т.к. ВС накладывается на расстоянии двойного фокуса 2F, значит $B'C' = BC$

5) А: $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ $f = \frac{F \cdot d}{d-F} = \frac{50 \cdot 100}{100-50} = \frac{550}{6} \text{ см.}$

6) Построим прямоугольный треугольник с катетами $A'C'$ и $B'C'$

$$S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} A'C' \cdot B'C' = \frac{1}{2} (100 - \frac{550}{6}) \cdot 10 = 5 \cdot (\frac{600-550}{6}) = \frac{250}{6} \text{ см}^2$$

Ответ: $S_{A'B'C'} = \frac{125}{3} \approx 42 \text{ см}^2$

Получен правильный численный ответ, но на рисунке не получено изображение точки А, поэтому оценка снижена до 2 баллов.

Работа 4 - 1 балл

С4

Дано:
 $S_{ABC} = 50 \text{ см}^2$
 $F = 50 \text{ см}$
 $S_{A'B'C'} = ?$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AC^2$;
 т.к. Δ равнобедренный по условию.
 $50 \text{ см}^2 = \frac{1}{2} AC^2$
 $AC^2 = 100 \text{ см}^2$
 $AC = 10 \text{ см.}$

$B \Delta A'B'C'$ $C'B' = 2A'C'$; $C'B' = CB = 10 \text{ см}$; $A'C' = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ см}$

$S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ см} \cdot 5 \text{ см} = 25 \text{ см}^2$

Ответ: 25 см^2

Правильно выполнен рисунок, в решении отсутствует формула линзы, длина стороны $A'C'$ определена из неверных предпосылок, что привело к неверному ответу. Работа оценивается 1 баллом за наличие правильного рисунка.

