

...знание достигается интуитивно, и логическое изложение в лучшем случае является подчиненной и дополнительной помощью при обучении, а в худшем – решительным препятствием. С помощью интуиции учащийся должен «прилететь» к заключению, «приземлиться», и только тогда он может прибегнуть к логике, чтобы обозреть общий путь, ведущий к цели. Если эта мысль правильна, то интуитивный подход должен быть первичным при введении в новый материал на всех уровнях.

Морис Клайн. амер. математик

Мастерская: Что значит слово «Доказать»

I. Сегодня мы будем стремиться познать смысл слова «Доказать». Оно написано на доске.

Для успеха нашей работы попробуйте «не закрывать рот своим мыслям», доверьтесь своей руке, когда пишете. Ваша рука очень умная, она сама четко, образно изложит мысли! В. Розанов считал, что тайна писательства в кончиках пальцев.

Вам будет предложено рассмотреть ряд ситуаций. Когда их обсуждение проходит в парах или четверках, важно слышать то, что говорит ваш товарищ. *Слышать*, я подчеркну еще раз. Остальное сделает фантазия, воображение. Мысли необходимо зацепиться за какое-нибудь слово, фразу. Если все согласны с утверждением, высказанным вашим товарищем, попытайтесь пересказать его своими словами. Если нет, то свои доводы выскажите в доброжелательной форме, попробовав наметить путь поиска истины.

II. Сначала настроимся на работу.

Я буду вам читать первые слова строфы стихотворения, оно называется «Перепутаница», а вы подберете последнее слово так, чтобы оно отвечало названию.

Лаает кошка из (лукошка).
На сосне растет (картошка).
Море по небу (летит).
Волки съели (аппетит).

В каждой аудитории находится несколько человек, которые, к своему удивлению, мгновенно произносят слово «аппетит».

Когда приходит понимание сказанного «съели аппетит», радости нет предела.

III. Теперь сочиним веселое стихотворение.

Оно называется «Беда». Вам нужно будет придумать одно пропущенное слово в двух строчках стихов, которые я прочту. Слово должно заставить нас улыбнуться, хотя название стихотворения «Беда»:

Ой беда, беда, беда,
В море вода.

Участники мастерской начинают предлагать варианты: сладкая, теплая, высохла, грязная. Я доказываю, что они не подходят, привожу аргументы. У автора стихотворения Марьяны Орловой (13 лет) вода в море «вымокла». Лучшие варианты слушателей: мокрая, плавает. Особенно смешно — плавает. Вода сама плавает во всем мире, и нам плавать негде.

IV. Работа в пятерках.

Предлагается **первая ситуация**.

Вы попали к жителям другой планеты. Они мгновенно едят всех пришельцев, кроме землян. Вам надо доказать, что вы — земляне. Приведите убедительные аргументы.

Кто-нибудь один из каждой пятерки записывает все удачные предложения. Затем через 2—3 мин читает классу.

Ответы ребят.

- 1) Назову земное время, год, число, месяц.
- 2) У меня есть сердце. Я говорю по-человечески. Тарелка у меня в руках сделана из металла, который находится на Земле.
- 3) У нас всего два уха, и они не квадратные.
- 4) Мы живем в обыкновенных домах. У нас есть школа, где мы учимся.

Вторая ситуация.

Вы нанимаетесь на работу. Желающих устроиться работать на это место много. Вам надо доказать, что именно вы больше всего подходите фирме. Опишите аргументы, которые вы приведете в свою защиту. Очередь большая, вы можете успеть сказать не более трех фраз.

Группы обдумывают аргументы, записывают и затем читают.

Ответы ребят.

- 1) У вас очень хорошая фирма, но в ее деятельности есть недочет. Если возьмете — ликвидирую.
- 2) Имею большой стаж работы с людьми, умею хорошо одеваться, завтра переверну мир.
- 3) Я дисциплинирован.
- 4) Работал в подобной фирме. Мой портрет висел на Доске почета.

V. На столе лежат фразы. Каждая пара берет одну из них. Надо установить, что утверждается в этой фразе, оценить истинность утверждения. После 2—3 мин раздумья класс слушает их рассуждение.

Эти фразы:

1) Если все вороны черные, то все нечерные предметы — не вороны.

2) Если все совершенные числа четные, то все нечетные числа — несовершенны.

3) «Игра в шахматы есть как бы насвистывание математических мелодий».

Г. Харди, англ. математик

4) «Большая часть великих идей современных математиков, если не все, получила свое начало в наблюдении».

Дж. Сильвестр, англ. математик

5) «Пристальное, глубокое изучение природы есть источник самых плодотворных открытий математики».

Ж. Фурье, франц. математик и физик

6) «Преимущество десятичной системы не математическое, а зоологическое. Если бы у нас на руках было не десять пальцев, а восемь, то человечество пользовалось бы восьмеричной системой».

Н. Н. Лузин, сов. математик

7) «Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг — геометрия».

Л. Корбюзье, франц. архитектор

8) «Глупость — мать всех зол».

Античный афоризм

9) «Надменность — всегда порок, хотя бы уже потому, что у надменных людей нет никаких серьезных оснований уважать себя».

Р. Декарт, франц. математик

10) «Все люди, занятые истинно важным делом, всегда просты, потому что не имеют времени придумывать лишнее».

Л. Н. Толстой, русский писатель

11) «Побеждать — глупейшее занятие! Не победить, а убедить — вот, что достойно славы».

В. Гюго, франц. писатель

12) «Настоящий друг с тобой, когда ты не прав. Когда ты прав, всякий будет с тобой».

М. Твен, амер. писатель

Дальше вся работа в пятерках.

VI. Напишите несколько суждений, истинность которых надо доказать. Через 4—5 мин класс слушает, что придумали пятерки.

Ответы ребят.

1) Курица произошла раньше яйца.

2) Если утверждение истинно, то обратное утверждение тоже истинно.

3) Если все четные числа натуральные, то все ненатуральные числа нечетны.

4) Если все звери — животные, то нет ни одного животного, который не был бы зверем.

5) Если муравей ползет по ленте Мебиуса и нигде не встречает преграды, то эта лента бесконечна.

6) При умножении любого числа на нуль получится нуль.

7) Все четные числа делятся на два.

8) Когда дом долго пуст, то он разваливается.

VII. Приведите суждение, которое необходимо доказать. Перечислите аргументы, из которых следует его истинность.

Через 5—7 мин класс слушает аргументы.

Ответы ребят.

1) Мороженое полезно.

Аргументы: оно вкусно, калорийно, содержит молоко, воду, его любят люди, оно охлаждает организм.

2) Мел пишет на доске.

Аргументы: мел — порода известняков, все породы известняка оставляют за собой след.

VIII. Напишите, что может служить аргументом в доказательстве некоторого тезиса, некоторой гипотезы. Ответы читают тоже через 5 мин.

Ответы ребят.

1) Аксиомы, факты, улики.

2) Аксиомы, теоремы, факты, свидетели.

3) Аргументы — это повествование, говорящее в пользу какого-либо суждения.

4) Аргументы — это такие факты, которые не доказываются, поскольку они аксиоматичны.

5) Доказанный факт, общеизвестный факт, аксиома.

IX. Класс слушает, что в науке относят к аргументам. Я читаю: «Аргументы, доводы или основания доказательства — это исходные теоретические или фактические положения, с помощью которых обосновывают тезис.

Аргументы: а) ранее доказанные положения, б) суждения об удостоверенных (путем непосредственно воспринятых, зафиксированных, путем наблюдения, в эксперименте и т. д.) фактах, в) аксиомы, г) определения»¹

¹ Свинцов В. И. Логика.— М.: Высшая школа, 1987.

Х. На доске написаны слова:

высказаться	разобрать	аргументировать
раскрыть	установить	решить
осмыслить	обосноваТЬ	понять
убедить	растолковать	найти
объяснить	рассудить	опровергнуть
показать	потребовать	построить
рассказать	сделать вывод	смоделировать
отрицать	разложить	развить
проверить	догадаться	потребовать
ВЫЯСНИТЬ		

Пятерки просматривают их, выбирают одно-два, которые, с их точки зрения, наиболее отражают смысл требования «доказать», и пишут две-три фразы в защиту своего выбора.

Каждая пятерка через 5—7 мин читает то, что они написали.

Ответы ребят.

1) Убедить — значит доказать. Убедить можно в неверном, тогда и доказательство будет неверным. Не все доказательства верны.

2) Доказать — это понять, обосновать свое утверждение, убедить в этом других.

3) Доказать — убедить, поняв и проверив, защитить свою точку зрения и опровергнуть другую, расходящуюся с твоей.

4) Доказать — это аргументировать, обосновать, смоделировать, построить цепь рассуждений.

5) Доказать — это растолковать что-либо, убедить своего товарища в чем-либо.

6) Доказать — это значит обсудить суждение в пользу его или против.

7) Доказать — привести всякие доводы.

ХІ. Раздаю в группы листы, на которых написаны определения доказательства, взятые из энциклопедий, логических словарей, книг по логике.

«Доказательство—установление (обоснование) истинности высказывания, суждения, теории».

Советский энциклопедический словарь.— М.: Сов. энциклопедия, 1987.

«Доказательство — цепочка умозаключений, устанавливающая истинность данного суждения».

Энциклопедический словарь юного математика.— М.: Педагогика, 1985.

«Доказательство — логическое действие, в процессе которого истинность какой-либо мысли обосновывается с помощью других мыслей».

К а н д а к о в Н. И. Логический словарь.— М.: Наука, 1975.

«Доказательство — рассуждение с целью обоснования истинности какого-либо утверждения».

Математический энциклопедический словарь.— М.: Сов. энциклопедия, 1988

«Доказывать в широком смысле — значит приводить любые аргументы, подтверждающие некоторое положение».

Свинцов В. И. Логика.— М.: Высшая школа, 1987.

«Доказательством называется интеллектуальная операция, состоящая в установлении истинности некоторого суждения посредством его выведения из других суждений, истинность которых полагается установленной до этой операции и независимо от нее».

Свинцов В. И. Логика.— М.: Высшая школа, 1987.

Группы читают, растолковывают друг другу то, что поняли. Затем по просьбе учителя читают текст, объясняют его, сравнивают с теми определениями, которые прозвучали ранее.

Конечно, волнует вопрос: насколько ребята все поняли? Об этом мы поговорим потом, когда будет описана вся мастерская. Сейчас напомним лишь, что философ, логик и социолог Карл Раймунд Поппер различает три уровня понимания. Самый низший — это приятное чувство, что понял аргументацию. Средний уровень — это когда можешь повторить ее (аргументацию). Высший уровень — когда можешь опровергнуть ее (аргументацию).

ХII. На доске написаны слова:

беседа	защита	постановка опыта
спор	отстаивание	вывод из
диалог	опровержение	общепризнанных
монолог	обоснование	истин
обмен	рассуждение	догадка
восприятие	показ	сравнение
обсуждение	демонстрация	обобщение
убеждение	действие	ДОКУМЕНТ
	поиск документов	КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
	уточнение тезиса	

Группы, используя написанные слова и любые другие, объясняют процесс поиска и построения доказательства.

Ответы ребят.

1) Узнать, понять, осмыслить, высказаться, аргументировать, убедить, проверить, сделать выводы.

2) Беседа, спор, рассуждение, поиск, аргументирование.

3) Понять, что доказывать, рассуждение (монолог), обмен догадками, поиск истинных догадок, обоснование, защита.

4) Поиск, диалог, догадка, обмен, восприятие, опровержение, отстаивание (обоснование), выводы.

Группы читают, как, с их точки зрения, протекает доказательство.

ХIII. Учитель читает из учебника «Логика» В. И. Свинцова (М.: Высшая школа, 1987.— С. 247):

«В каждом доказательстве можно обнаружить три элемента: тезис, аргументы (основания), демонстрацию. Тезис — это суждение, истинность которого устанавливается в доказательстве; аргументы — суждения, из которых выводится тезис; демонстра-

ция — логическая форма связи названных двух элементов, обуславливающая необходимость выведения тезиса из аргументов».

XIV. Предлагается решить задачу.

У Фрэнка Стоктона есть сказка, которая называется «Принцесса или тигр?».

В этой сказке один узник должен угадать, в какой из двух комнат находится принцесса, а в какой — тигр. Если он укажет на первую комнату, то женится на принцессе, если на вторую, то его (вполне возможно) растерзает тигр.

В первый день были проведены три испытания. При этом король объявил узнику, что в ходе всех трех испытаний в каждой из комнат будет находиться либо принцесса, либо тигр, хотя вполне может статься, что сразу в обеих комнатах обнаружится по тигру или там окажутся одни лишь принцессы.

I

В этой комнате находится принцесса, в одной из этих комнат находится а в другой комнате сидит тигр.

II

принцесса; кроме того, в одной из этих комнат сидит тигр.

Надо доказать, что принцесса находится во второй комнате, если на одной табличке написана правда, а на другой — ложь.

Это задание последнее. Обращено оно ко всему классу. Отвечает тот, кто быстрее сообразит.

XV. Вывешиваются три плаката.

1) Одной из главных заслуг доказательств является то, что они внушают некоторый скептицизм по отношению к доказанному результату.

2) Мощь логического доказательства заключается не в том, что оно принуждает верить, а в том, что оно наводит на сомнения.

3) «Доказательство, не являющееся строгим, есть ничто. Я думаю, что никто не станет оспаривать эту истину. Но если принимать ее слишком буквально, то мы должны прийти к заключению, что, например, до 1820 г. не существовало математики; это, очевидно, было бы чрезмерным: геометры того времени быстро понимали то, что мы теперь объясняем пространно и долго. Это не значит, что они этого совершенно не замечали, но они слишком скоро проходили через это.»

А. Пуанкаре, франц. математик

Кто хочет, тот читает. Те, кто прочитал, думают, подходят к учителю и продолжают разговор о смысле слова «доказать».

XVI. Обсуждение мастерской.

Ребята говорят о своих ощущениях, отмечают полезность такой работы и особо заинтересовавшие их задания.

Хочу обратить внимание коллег на формирование групп для работы в мастерской. Этот вопрос часто ставится при обсуждении мастерской. В большинстве своем группы возникают стихий-

но, и наука досконально не исследовала вопрос об организации групп для коллективной работы. Вы, наверное, сами замечали, что трудно работать с пассивной группой, группой, в которой нет инициативных ребят, хотя все они, казалось бы, работоспособны, добросовестно выполняют предложенную работу. Значит, не стоит составлять группу из одних тихонь. Но в то же время не стоит собирать группу из слишком бурных, громкоголосых, умеющих слушать лишь себя. Таких ребят идеи часто захлестывают, но, чтобы довести разработку идей до конца, им не хватает добросовестности, спокойствия и скрупулезности, которые не дадут пропасть их хорошим идеям.

При формировании групп надо остерегаться попадания в одну группу нескольких слишком эмоциональных ребят. Их надо смешивать в разумных пропорциях с рассудительными, хотя если рассудительных ребят будет избыток, то исчезнет живое человеческое общение.

В группу ребята подбираются и по типу мышления. Одни более склонны к теоретическому мышлению, другие мыслят конкретно. Одни обязательно планируют свою работу и с трудом отходят от принятого плана, другие действуют импульсивно, для них один план — ступенька для составления нового. Все это и многое другое стоит учесть при формировании групп.

Итак, в группе должны быть ребята эмоциональные и рассудочные, склонные к абстрактному теоретическому мышлению и мыслящие конкретно, реагирующие оперативно, рациональные, планирующие свои действия и иррациональные, импульсивные.